ずいそう

ギャンブラーの誤謬

髙　津　知　司

「ギャンブラーの誤謬（ごびゅう）」という言葉をご存じだろうか？また，「確率 1/100 の籤（くじ）を 100 回試すと必ず当たる」のようなことを耳にしたことはないだろうか？これが，「ギャンブラーの誤謬」の一つと言われている。「確率 1/100…必ず当たる」は感覚的には正しそうだが，これが誤謬の例なら誤っているのだろうか？気になるので，これをネタに少し遊んでみたい。

「確率 1/100」と確率が使われているので，確率論（と言っても高校数学の範囲であるが）を使って遊んでみる。まずは，「確率 1/100…必ず当たる」を数学問題風に変換すると，「確率 1/n の籤を n 回試すとき，当たりが 1 回以上出る確率 $P(n)$ を求めよ」となる。$P(n)$ は 1 から「1 回も当たりが出ない確率」を引くと求まるので，

$$P(n) = 1 - \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n \quad (n = 2, 3, \cdots)$$

となる。この $P(n)$ の概略を n に適当な数を代入して把握してみる。まず，n=2，n=3 および n=5 の場合，$P(n)$ はそれぞれ

$$P(2) = 1 - \left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 = 0.75$$

$$P(3) = 1 - \left(1 - \frac{1}{3}\right)^3 \cong 0.704$$

$$P(5) = 1 - \left(1 - \frac{1}{5}\right)^5 \cong 0.672$$

となる。さらに，n=10，100，1,000 および 10,000 と n を大きくすると，$P(n)$ はそれぞれ

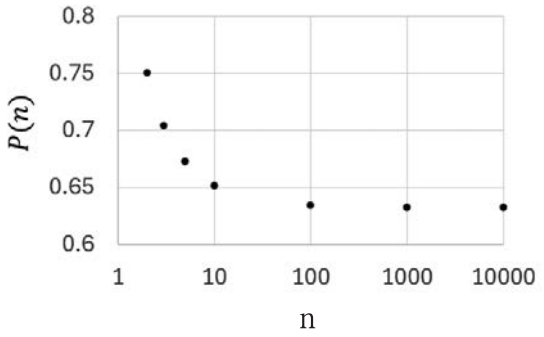
$$P(10) = 1 - \left(1 - \frac{1}{10}\right)^{10} \cong 0.651$$

$$P(100) = 1 - \left(1 - \frac{1}{100}\right)^{100} \cong 0.634$$

$$P(1000) = 1 - \left(1 - \frac{1}{1000}\right)^{1000} \cong 0.632$$

$$P(10000) = 1 - \left(1 - \frac{1}{10000}\right)^{10000} \cong 0.632$$

となる。これらをグラフ化すると，**図―1** のように



図―1　n と $P(n)$ との関係

なる。どうやら，$P(n)$ は n が大きくなると 0.632 付近に収束しそうだ。$n \to \infty$ の極限を計算して，これを確認してみよう。ネイピア数 e=2.718…を用いると

$$\lim_{n\to\infty} P(n) = \lim_{n\to\infty} \left\{1 - \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n\right\} = 1 - e^{-1} \cong 0.632$$

と計算でき，n が大きくなると $P(n)$ は 0.632 付近に収束することが確認できた。ここまでの紙とペンでの遊びを踏まえて，次のような仮説を立ててみる。

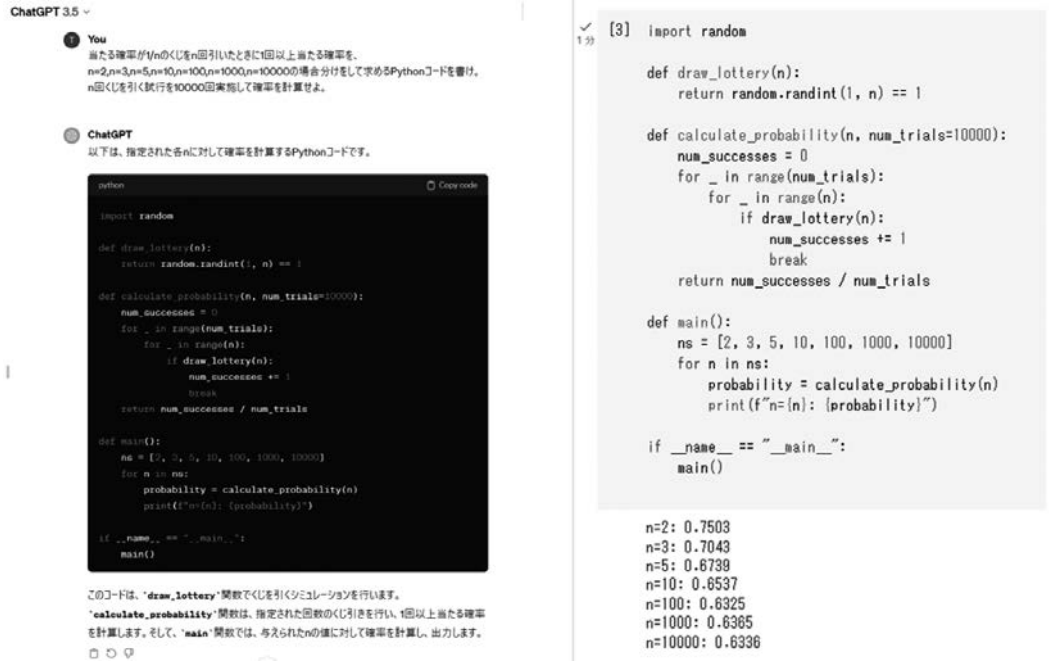
【仮説】

確率 1/n の籤を n 回試すとき，当たりが 1 回以上出る確率を $P(n)$ とすると，

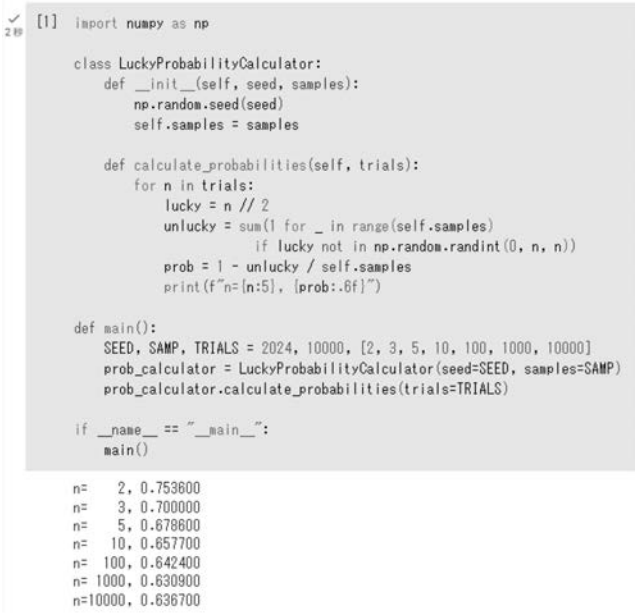
$$\lim_{n\to\infty} P(n) = 1 - e^{-1} \cong 0.632$$

が成り立つ。

次に，この仮説が正しいかを検証する。手軽なので，クラウドサービスの Google Colaboratory（無償版）を利用して模擬実験を試みる。さらに，「面白半分」で ChatGPT（無償版）を用いて模擬実験に使用する Python コードの生成も試みる。ChatGPT で生成したコードによる模擬実験の結果を**図―2** に示す。比較と確認のために，筆者が書いた（自作）コードによる模擬実験の結果を**図―3** に示す。すべてを一覧するために，概略把握のための計算値と模擬実験の結果を**表―1** に示す。これらにより，仮説は検証されてより確かなものになったようだ。ChatGPT が生成するコードは実用に耐えたので，コードを出力する仕組みは「さっぱりわからない」が，ChatGPT は「良く出



図―２　ChatGPT の出力コードでの模擬実験結果



図―３　自作コードでの模擬実験結果

表―１　計算値と模擬実験結果の比較

n	計算値（仮説）	模擬実験結果	
		ChatGPT	自作
2	0.75	0.750	0.754
3	0.704	0.704	0.700
5	0.672	0.674	0.679
10	0.651	0.654	0.658
100	0.634	0.633	0.631
1,000	0.632	0.637	0.630
10,000	0.632	0.634	0.637

来た玩具」として使えそうだ。

以上を踏まえて，「確率 1/100…必ず当たる」の真偽を考えよう。結論としては，「確率 1/100 の籤を 100 回試して当たりが 1 回以上出る確率は約 0.63 である」または「確率 1/100 の籤を 100 回試して 1 回も当たりが出ない確率は約 0.37 である」と改めたほうが良さそうだ。厳密なことは紙幅の都合で割愛したが，今回の例を参考に「気になる事」をネタに遊んでみては如何だろうか？ ChatGPT という「良く出来た玩具」も Google Colaboratory という「Python 実行環境」も手軽・無償で使えるので，遊びのための環境は十分に整備されていると思う。

注）この「ずいそう」は「筆者の『遊び』」の紹介であり，ここに掲載した内容の使用は「完全自己責任」でお願いする。

――たかつ　ともじ
㈱東京建設コンサルタント　特任執行役員　技師長――